Банк вопросов по курсу
«Линейная алгебра и аналитическая геометрия» для направления
«Компьютерные науки»

1. Линии второго порядка. Гипербола и парабола,канонические уравнении. Своиства. Уравнения в полярных координатах.
2. Линии второго порядка.Эллипс, каноническая уравнения эллипса. Экцентриситет и директриса эллипса. График эллипса.
3. Основные понятия векторной алгебры. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Выражение скалярного произведение в координатах. Свойства.
4. Преобразование системы координат на плоскосте. Вращение ось координат, параллелный перенос. Аффинное преобразование.
5. Прямая в пространстве. Уранении. Взаимное расположение прямых в пространстве. Растояния между скрещивающимися прямыми в пространстве.
6. Системы координат на плоскости и в пространстве. Декартово система координат. Аффинная система координат. Полярная система координат и другие системы координат.
7. Смешанное произведение векторов. Свойства. Геометрический смысл смешанного произведение векторов.
8. Уравнении плоскости:общие, параметрические и нормальные. Взаимное расположение плоскостей.
9. Векторное произведение векторов. Свойства. Геометрический смысл. Выражение векторного произведение в координатах.
10. Взаимное расположение линии второго порядка и прямой. Касательная. Асимптотическая направления.
11. Гиперболоиды, параболоиды. Поверхности прямолинейными образуещемся прямой. Уравнении и графики.
12. Диаметры кривых второго порядка. Специальные направлении. Сопряженные и самосопряженные диаметры.
13. Касательная плоскость поверхностям второго порядка. Уравнения диаметральных плоскостей. Эллипсоида и ее график.Своиства.
14. Общая уравнения линии второго порядка. Центральные кривие второго порядка.
15. Основные понятия векторной алгебры. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Выражение скалярного произведение в координатах. Свойства.
16. Поверхности второго порядка. Цилиндрические, конические поверхности и поверхности вращения. Пересечение с плоскостью.
17. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$, вычислить: $|[(\vec{a} + \vec{b}), (\vec{a} - \vec{b})]|$
18. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$, вычислить: $|[(3\vec{a} - \vec{b}), (\vec{a} - 2\vec{b})]|$

19. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 5$, вычислить $|[\vec{a}, \vec{b}]|$.
20. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{d} = \vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}, \vec{e} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$ и $\vec{f} = \vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$, где $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} -$ взаимно перпендикулярные орты.
21. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{8,4,1\}$ и $\vec{b} = \{2, -1,1\}$.
22. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} - 3\vec{b}$, где $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 3$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.
23. Даны векторы $\vec{a} = \{3, -1, -2\}$ и $\vec{b} = \{1,2, -1\}$. Найти координаты векторных произведений: $[\vec{a}, \vec{b}]$
24. Даны векторы $\vec{a} = \{3, -1, -2\}$ и $\vec{b} = \{1,2, -1\}$. Найти координаты векторных произведений: $[(2\vec{a} + \vec{b}), \vec{b}]$
25. Даны векторы $\vec{a} = \{3, -1, -2\}$ и $\vec{b} = \{1,2, -1\}$. Найти координаты векторных произведений: $[(2\vec{a} - \vec{b}), (2\vec{a} + \vec{b})]$
26. Даны вершины четырехугольника $A(1, -2,2), B(1,4,0), C(-4,1,1)$ и $D(-5, -5,3)$. Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.
27. Даны две точки $A(-4,2), B(8, -7)$. Найти точки C и D, которые делят отрезок AB на три равные части.
28. Даны середины сторон треугольника $M_1(2,4), M_2(-3,0), M_3(2,1)$. Найти его вершины.
29. Даны точки $A(1,2,0), B(3,0, -3)$ и $C(5,2,6)$. Вычислить площадь треугольника ABC.
30. Даны точки $A(2, -1,2), B(1,2, -1)$ и $C(3,2,1)$. Найти координаты векторного произведения $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}]$.
31. Даны точки $A(2, -1,2), B(1,2, -1)$ и $C(3,2,1)$. Найти координаты векторного произведения $[(\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA}), \overrightarrow{CB}]$
32. Даны точки: $A(2, -3,0), C(-1,1, -12)$. Вычислить расстояние между: A и C
33. Даны точки: $B(3,1, -9), C(-1,1, -12)$. Вычислить расстояние между: B и C
34. Даны три вектора $\vec{a} = \{5,3\}, \vec{b} = \{2,0\}, \vec{c} = \{4,2\}$. Подобрать числа α, γ так, чтобы три вектора $\alpha\vec{a}, \vec{b}, \gamma\vec{c}$ составили треугольник.
35. Даны три вектора $\vec{a} = \{5,7,2\}, \vec{b} = \{3,0,4\}, \vec{c} = \{-6,1, -1\}$. Найти векторы $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ и $-\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$.
36. Даны три вектора: $\vec{a} = \{1, -1,3\}, \vec{b} = \{-2,2,1\}, \vec{c} = \{3, -2,5\}$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.
37. Даны: $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = 2$ и $\vec{a}\vec{b} = 1$Вычислить $|[\vec{a}, \vec{b}]|$.

38. Доказать, что внутренние углы треугольника с вершинами $A(3,-2,5)$, $B(-2,1,-3), C(5,1,-1)$ острые.
39. Доказать, что треугольник с вершинами $A(3,-1,2), B(0,-4,2)$ и $C(-3,2,1)$ равнобедренный.
40. Доказать, что четыре точки $A(1,2,-1), B(0,1,5), C(-1,2,1)$, $D(2,1,3)$ лежат в одной плоскости.
41. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ в случаях:
42. $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135°$
43. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3,0,6\}$ и $\vec{b} = \{2,-4,0\}$.
44. Определить координаты концов A и B отрезка, который точками $C(2,2)$ и $D(1,5)$ разделен на три равные части.
45. Определить угол между векторами $\vec{a} = \{8,4,1\}$ и $\vec{b} = \{2,-2,1\}$.
46. Представить вектор $\vec{d} = \{0,20,18\}$ как линейную комбинацию векторов $\vec{a} = \{3,5,6\}, \vec{b} = \{2,-7,1\}, \vec{c} = \{12,0,6\}$.
47. Представить вектор $\vec{d} = \{4,12,-3\}$ как линейную комбинацию векторов $\vec{a} = \{2,3,1\}, \vec{b} = \{5,7,0\}, \vec{c} = \{3,-2,4\}$.
48. При каком значении α векторы $\vec{c} = \alpha\vec{a} + 5\vec{b}$ и $\vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}$ окажутся коллинеарными, если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны.
49. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a} = \{2,3,-1\}, \vec{b} = \{1,-1,3\}$, $\vec{c} = \{1,9,-11\}$
50. Вычислить расстояние от плоскости $15x - 10y + 6z - 190 = 0$ до начала координат.
51. Дан эллипс: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} =$Найти его полуоси, фокусы, эксцентриситет, уравнения директрис.
52. Дана гипербола: $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} =$Определить фокусы гиперболы, написать уравнение асимптот и директрис.
53. Даны уравнения асимптот гиперболы $y = \pm\frac{5}{12}x$ и координаты точки $M(24,5)$, лежащей на гиперболе. Составить уравнение гиперболы.
54. На эллипсе $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ найти точку, расстояние которой от правого фокуса в четыре раза больше расстояния ее от левого фокуса.
55. Написать уравнение гиперболы, имеющей общие фокусы с эллипсом $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$, при условии, что ее эксцентриситет $e = \frac{5}{4}$.
56. Написать уравнение плоскости, параллельной плоскости Oxz и проходящей через точку $(2,-5,3)$.
57. Написать уравнение плоскости, проходящей через ось $0z$ и через точку $(-3,1,-2)$
58. Определить точки гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, расстояние которых до левого фокуса равно 7.

59. Определить фокальные радиус-векторы точки $M\left(-5,\frac{9}{4}\right)$ гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$
60. Определить эксцентриситет эллипса, зная, что: расстояние между директрисами в четыре раза больше расстояния между фокусами
61. Прямые $x=\pm 8$ служат директрисами эллипса, малая ось которого равна 8. Найти уравнение этого эллипса.
62. Составить каноническое уравнение гиперболы, если: действительная ось равна 48 и эксцентриситет $e=\frac{13}{12}$
63. Составить каноническое уравнение гиперболы, если: уравнения асимптот $y=\pm\frac{4}{3}x$ и расстояние между фокусами 20
64. Составить каноническое уравнение эллипса, если: малая полуось равна 3 и эксцентриситет $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$
65. Составить каноническое уравнение эллипса, если: расстояние между директрисами равно 32 и эксцентриситет $e=\frac{1}{2}$
66. Составить параметрическое уравнение плоскости, проходящей через точку $(2,3,-5)$ параллельно векторам $\{-5,6,4\}$ и $\{4,-2,0\}$.
67. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси ординат, симметрично относительно начала координат, если расстояние между директрисами равно $7\frac{1}{7}$ и эксцентриситет $e=\frac{7}{5}$.
68. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $(3,-2,-7)$ параллельно плоскости $2x-3z+5=0$.
69. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2,-1,3)$, $M_2(3,1,2)$ параллельно вектору $\{3,-1,-4\}$.
70. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2,3,1)$, $M_2(3,1,4), M_3(2,1,5)$
71. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, симметрично относительно начала координат, если расстояние между его фокусами равно 6 и расстояние между директрисами равно $16\frac{2}{3}$.
72. Составить уравнения плоскостей, которые параллельны плоскости $2x-2y-z-3=0$ и отстоят от нее на расстоянии $d=3$.
73. Составить уравнения плоскостей, проходящих через оси координат и параллельных вектору $\{2,1,-4\}$.
74. Определить вид и расположение линий второго порядка, пользуясь приведением многочлена к сумме квадратов методом Лагранжа: $x^2-2xy+4y^2+2x-2y-4=0$
75. Определить вид и расположение линий второго порядка, пользуясь приведением многочлена к сумме квадратов методом Лагранжа: $4xy-6x-10y=0$

76. Определить вид и расположение линий второго порядка, пользуясь приведением многочлена к сумме квадратов методом Лагранжа: $4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 5 = 0$
77. Определить вид и расположение линий второго порядка, пользуясь приведением многочлена к сумме квадратов методом Лагранжа: $x^2 - 2xy + 4y^2 + 2x - 2y - 4 = 0$
78. Определить вид и расположение линий второго порядка, пользуясь приведением многочлена к сумме квадратов методом Лагранжа: $x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 8y = 0$
79. Привести уравнения к каноническому виду; установить, какие геометрическую образ он определяет: $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$
80. Привести уравнения к каноническому виду; установить, какие геометрическую образ он определяет: $14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$
81. Привести уравнения к каноническому виду; установить, какие геометрическую образ он определяет: $7x^2 + 6xy - y^2 + 28x + 12y + 28 = 0$
82. Привести уравнения к каноническому виду; установить, какие геометрическую образ он определяет: $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$
83. Привести уравнения к каноническому виду; установить, какие геометрическую образ он определяет: $9x^2 + 12xy + 4y^2 - 24x - 16y + 3 = 0$